Edifici in Muratura

Michele Vinci

Analisi dei meccanismi locali

(analisi cinematica lineare – ribaltamento semplice)

Collana

Calcolo di edifici in muratura

(www.edificiinmuratura.it)

Articolo 4 – Giugno 2014

Software: CdT *(Calcolo di Tiranti – Distribuito gratuitamente da edificiinmuratura.it)*

Bibliografia:

Michele Vinci – *Metodi di calcolo e tecniche di consolidamento per edifici in muratura* – Dario Flaccovio – 2012

Michele Vinci – *I tiranti in acciaio nel calcolo delle costruzioni in muratura* – Dario Flaccovio – 2014

Analisi dei meccanismi locali

(analisi cinematica lineare – ribaltamento semplice)

L'obiettivo del documento è quello di riportare, ricorrendo anche ad esempi semplici ed intuitivi (concetti validi anche per esempi più complessi), quali sono i parametri che entrano in gioco nell'analisi e come intervenire su di essi nei casi in cui si vuole migliorare l'esito della verifica. In questo conteso viene trattato solo il caso dell'analisi cinematica lineare riportato nel punto C8.A.4 della Circolare 617/2009 per il meccanismo a ribaltamento semplice.

1.1 – Analisi cinematica lineare per SLV

L'esito della verifica si ritiene soddisfatto quando sono verificate le due seguenti condizioni (la (1.a) deve essere sempre verificata, la (1.b) solo se la porzione di edificio che si sta analizzando non è a contatto con la fondazione):

$$a_0^* \geq \frac{a_g \cdot S}{q} \tag{1.a}$$

$$a_0^* \geq \frac{S_e(T_1) \cdot \psi(Z) \cdot \gamma}{q} \tag{1.b}$$

dove

- a^*_0 è l'accelerazione spettrale di attivazione del meccanismo;
- a_g è l'accelerazione sismica di picco al suolo;
- S è il coefficiente funzione del suolo di fondazione;
- $S_e(T_1)$ è lo spettro di risposta elastico in corrispondenza del periodo fondamentale dell'intera struttura T_1;
- $\psi(Z)$ è il primo modo di vibrazione nella direzione considerata, normalizzato ad uno in sommità all'edificio; in assenza di valutazioni più accurate, può essere assunto $\psi(Z) = Z/H$, dove H è l'altezza della struttura rispetto alla fondazione;
- Z è l'altezza, rispetto alla fondazione dell'edificio, del baricentro delle linee di vincolo (cerniera cinematica del meccanismo) tra i blocchi interessati dal meccanismo ed il resto della struttura;
- γ è il corrispondente coefficiente di partecipazione modale (in assenza di valutazioni più accurate può essere assunto $\gamma = 3N / (2N + 1)$, con N numero di piani dell'edificio);
- T_1 è il primo periodo di vibrazione dell'intera struttura nella direzione considerata.

L'accelerazione spettrale di attivazione del meccanismo (a^*_0) si ottiene dalla relazione (2):

$$a_0^* = \frac{\alpha_0 \cdot g}{e^* \cdot FC} \tag{2}$$

nella quale g è l'accelerazione di gravità ed FC il fattore di confidenza da assumere pari ad 1.35 (relativo al livello di conoscenza LC1). La quantità α_0, denominata *moltiplicatore dei carichi di attivazione del meccanismo*, altro non è che il moltiplicatore dei carichi inerziali minimo affinché il sistema sia in equilibrio. La Circolare 617/2009 propone un metodo di calcolo sfruttando il principio dei lavori virtuali il quale porta alla soluzione della seguente relazione:

$$\alpha_0 \sum_{i=1}^{n} P_i \cdot \delta_{x,i} + \sum_{i=1}^{n} P_i \cdot \delta_{y,i} + \sum_{i=1}^{m} F_{x,i} \cdot \delta_{x,i} + \sum_{i=1}^{p} F_{y,i} \cdot \delta_{y,i} = 0 \qquad (3)$$

dove con $\delta_{x,i}$ si indica lo spostamento virtuale della forza i-esima in direzione x e con $\delta_{y,i}$ quello della i-esima forza in direzione y. Con P_i si indica la generica forza verticale soggetta ad inerzia. Con $F_{x,i}$ si indica la i-esima forza orizzontale priva di inerzia, mentre con $F_{y,i}$ si indica quella verticale.
Facendo l'equilibrio alla rotazione tra forze stabilizzanti ed instabilizzanti intorno ad una retta (cerniera cinematica), si perviene allo stesso risultato fornito dalla precedente (negli esempi che andremo a svolgere, per calcolare α_0 ricorreremo alla tecnica dell'equilibrio alla rotazione delle forze applicate sul sistema).
La frazione di massa partecipante (e*) che compare nella (2) si ottiene dalla seguente:

$$e^* = \frac{g \cdot M^*}{\sum_{i=1}^{n} P_i} \qquad (4)$$

dove M* è la massa partecipante al cinematismo e P_i assume il significato sopra riportato (forza soggetta ad inerzia).
La massa partecipante (M*) si ottiene dalla seguente relazione:

$$M^* = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} P_i \cdot \delta_{x,i} \right)^2}{g \sum_{i=1}^{n} P_i \cdot \delta_{x,i}^2} \qquad (5)$$

dove si indica con $\delta_{x,i}$ lo spostamento virtuale orizzontale del punto di applicazione dell'i-esimo peso P_i sulla configurazione iniziale (non deformata) del sistema. Gli spostamenti virtuali (sia orizzontali che verticali) di un qualsiasi punto del sistema si possono calcolare attraverso le seguenti relazioni in funzione della variazione angolare virtuale ($\delta\theta$):

$$\delta_x = y \cdot \delta\theta \qquad (6.a)$$

$$\delta_y = x \cdot \delta\theta \qquad (6.b)$$

dove si indica con x la distanza in orizzontale del punto di applicazione della generica forza e la cerniera cinematica C, e con y la distanza in verticale tra la generica forza e la suddetta cerniera (vedi figura 1).

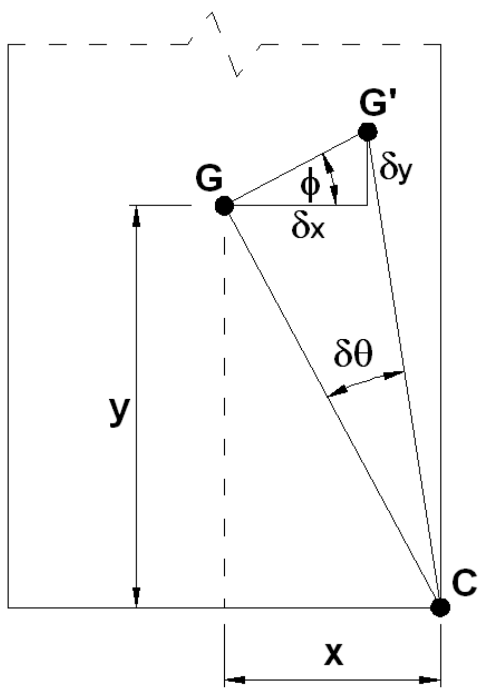

Figura 1

Esempio 1

Consolidare la parete riportata in figura 2 affinché sia soddisfatta la verifica al meccanismo a ribaltamento semplice secondo l'analisi cinematica lineare. Sulla parete grava un carico da solaio pari a 550 daN/m^2 complessivi.

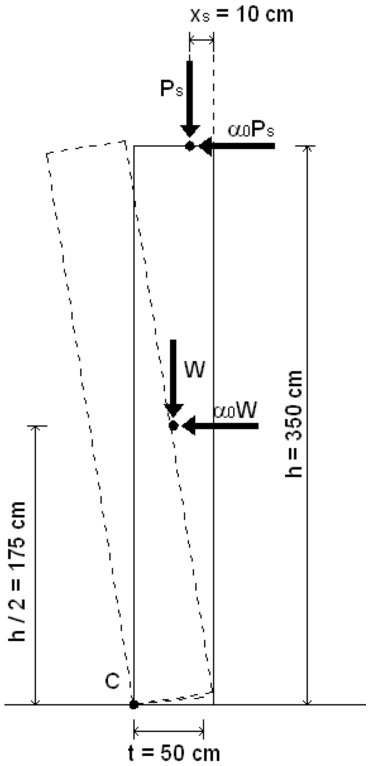

Figura 2

Dati

- Materiale : pietrame disordinata
- Lunghezza (l) : 400 cm
- Spessore (t) : 50 cm
- Altezza (h) : 350 cm
- Peso solaio complessivo : 550 daN/m^2
- Sviluppo del solaio : 250 cm
- Livello di conoscenza : LC1
- Coefficiente di sottosuolo S : 1.5
- Accelerazione di picco (a_g) : 0.25

Soluzione

In questo caso, poiché la porzione di edificio da verificare è a contatto con la fondazione, occorre che sia verificata solo la relazione (1.a). Tenendo conto che il fattore di struttura si assume pari a 2 (vedi punto C8A.4.2.3 della Circolare 617/2009), che il coefficiente di sottosuolo S vale 1.5, il secondo membro della (1.a) risulta assumere il seguente valore:

$$\frac{a_g \cdot S}{q} = \frac{0.25 \cdot 980.6 \cdot 1.5}{2} = 183.86 \text{ cm/s}^2 \qquad (7)$$

Affinché l'esito della verifica sia positivo, l'accelerazione a^*_0 deve essere maggiore del valore fornito dalla (7), e quindi, per la relazione (2), occorre determinare un valore per α_0 tale da soddisfare la suddetta verifica.
Dalla geometria della costruzione e dalla tipologia della muratura (per le caratteristiche meccaniche si consulti la tabella riportata nel punto C8A.2 della Circolare 617/2009) si ottiene il peso della parete (W) ed il carico del solaio (P_s):

$W = l \cdot t \cdot h \cdot \gamma = 4 \cdot 0.5 \cdot 3.5 \cdot 1900 = 13300$ daN

$P_s = 4 \cdot 2.5 \cdot 550 = 5500$ daN

Dall'equilibrio alla rotazione della parete intorno alla cerniera cinematica C (vedi figura 2) si ottiene il moltiplicatore di attivazione del meccanismo (α_0):

$$W \cdot \frac{t}{2} - \alpha_0 \cdot W \cdot \frac{h}{2} + P_s \cdot (t - x_s) - \alpha_0 \cdot P_s \cdot h = 0 \qquad (8)$$

$$\alpha_0 = \frac{W \cdot \frac{t}{2} + P_s \left(t - x_s \right)}{\left(\frac{W}{2} + P_s \right) \cdot h} = 0.130 \qquad (9)$$

Dalle relazioni (6) si ottengono gli spostamenti virtuali orizzontali delle due forze applicate:

$\delta_{x,W} = \frac{h}{2} \cdot \delta\theta$ *(Spostamento virtuale del punto di applicazione del peso della parete)*

$\delta_{x,Ps} = h \cdot \delta\theta$ *(Spostamento virtuale del punto di applicazione del solaio)*

Noti i valori dei pesi e degli spostamenti virtuali, sostituiti nella (5), consentono di determinare la massa partecipante al cinematismo M*:

$$M^* = \frac{\left(W \cdot \frac{h}{2} + P_s \cdot h \right)^2}{g \cdot \left(W \cdot \frac{h^2}{4} + P_s \cdot h^2 \right)} = \frac{\left(\frac{W}{2} + P_s \right)^2}{g \cdot \left(\frac{W}{4} + P_s \right)} = 17.06 \text{ daNm} \qquad (10)$$

Dalla relazione (4) si ottiene la frazione di massa partecipante:

$$e^* = \frac{g \cdot M^*}{W + P_s} = \frac{980.6 \cdot 17.06}{13300 + 5500} = 0.90 \qquad (11)$$

In definitiva, sostituendo i valori numerici sopra calcolati nella relazione (2) si ottiene l'accelerazione spettrale di attivazione del meccanismo (a^*_0):

$$a_0^* = \frac{\alpha_0 \cdot g}{e^* \cdot FC} = \frac{0.130 \cdot 980.6}{0.90 \cdot 1.35} = 104.92 \text{ cm/s}^2 \qquad (12)$$

Confrontando la (12) con la (7) si deduce che la verifica non è soddisfatta. Per migliorarne l'esito occorre intervenire sulla parete. Dalla relazione (1.a) si intuisce, visto che i termini del secondo membro si mantengono costanti, che occorre incrementare il valore del primo membro, e quindi quello di a^*_0, che implica quello di α_0. Da queste considerazioni si deduce che occorre che aumenti il numeratore della (9) e quindi l'effetto delle forze stabilizzanti. In questo caso, è utile considerare forze orizzontali che si oppongono alla rotazione della parete, come per esempio, cordoli, tiranti, muri ortogonali, ecc. Indichiamo tale forza con T, applicata ad una quota h_t (vedi figura 3).

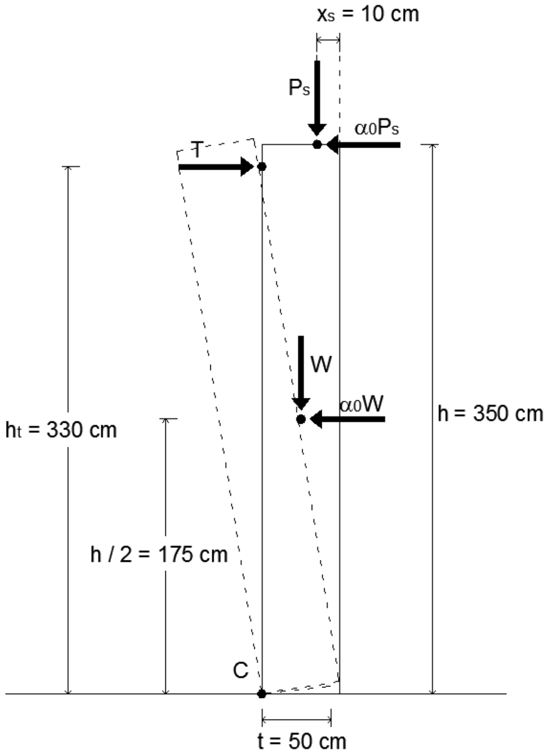

Figura 3

Dall'equilibrio alla rotazione intorno alla cerniera C si ottiene:

$$W \cdot \frac{t}{2} - \alpha_0 \cdot W \cdot \frac{h}{2} + P_s \cdot (t - x_s) - \alpha_0 \cdot P_s \cdot h - T \cdot h_t = 0 \tag{13}$$

$$\alpha_0 = \frac{W \cdot \frac{t}{2} + P_s\left(t - x_s\right) + T \cdot h_t}{\left(\frac{W}{2} + P_s\right) \cdot h} \tag{14}$$

Mettendo a confronto le relazioni (9) e (14), si evidenzia che nella (14) compare al numeratore il termine aggiuntivo positivo $T \cdot h_t$ che farà sicuramente aumentare il moltiplicatore α_0. Dalla relazione (7) si deduce che l'accelerazione spettrale minima deve assumere un valore pari a 183.86 cm/s^2, per cui da un procedimento inverso della (2) si ottiene il valore minimo che deve assumere il moltiplicatore dei carichi α_0:

$$\alpha_{0,min} = \frac{183.86 \cdot 0.90 \cdot 1.35}{980.6} = 0.227 \tag{15}$$

Dalla relazione (13) si ricava il valore minimo da attribuire alla forza T:

$$T_{min} = \frac{\alpha_{0,min}\left(\frac{W}{2} + P_s\right) \cdot h - W \cdot \frac{t}{2} - P_s\left(t - x_s\right)}{h_t} \tag{16}$$

Sostituendo i valori numerici nella (16) si ottiene:

$$T_{min} = \frac{0.227\left(\frac{13300}{2}+5500\right)\cdot 350 - 13300\cdot\frac{50}{2} - 5500\cdot(50-10)}{330} = 1251\,\text{daN} \qquad (17)$$

Per l'esito positivo della verifica occorre consolidare la struttura in modo tale da produrre una forza stabilizzante di 1251 daN. Un esempio di consolidamento può essere un tirante applicato a quota 330 cm con resistenza minima pari a 1251 daN (il tirante può essere facilmente dimensionabile attraverso il software CdT, note le caratteristiche meccaniche della muratura).
Da notare che la forza stabilizzante T, non essendo soggetta ad inerzia, non fa variare il valore delle quantità e* ed M*.

Esempio 2

Consolidare la parete riportata in figura 4 affinché sia soddisfatta la verifica al meccanismo a ribaltamento semplice secondo l'analisi cinematica lineare. La parete da consolidare presenta le stesse caratteristiche di quella dell'esempio 1 con l'eccezione di trovarsi a 350 cm dalla fondazione. I dati non riportati si ricavano dall'esempio precedente.

Dati

- Parametri sismici del sito (a_g = 0.25; F_0 = 2.423; T^*_c = 0.365).
- Categoria di sottosuolo : C
- Categoria topografica : T1

Soluzione

Poiché la cerniera cinematica si trova ad una quota di 350 cm dalla fondazione, per tenere conto degli effetti dinamici dovuti alla maggiore quota della cerniera cinematica, occorre verificare anche la relazione (1.b). Per poter determinare il secondo membro della (1.b) occorre definire lo spettro elastico in corrispondenza del periodo fondamentale della struttura, che a sua volta si può determinare in maniera approssimata dalla seguente relazione:

$$T_1 = C_1 \cdot H^{3/4} \qquad (18)$$

nella quale H è l'altezza dell'edificio espresso in metri e C_1 è da assumere pari a 0.05 per gli edifici in muratura. Sostituendo i valori numerici nella (18) si ottiene:

$$T_1 = 0.05 \cdot 7.0^{3/4} = 0.216 \text{ s} \qquad (19)$$

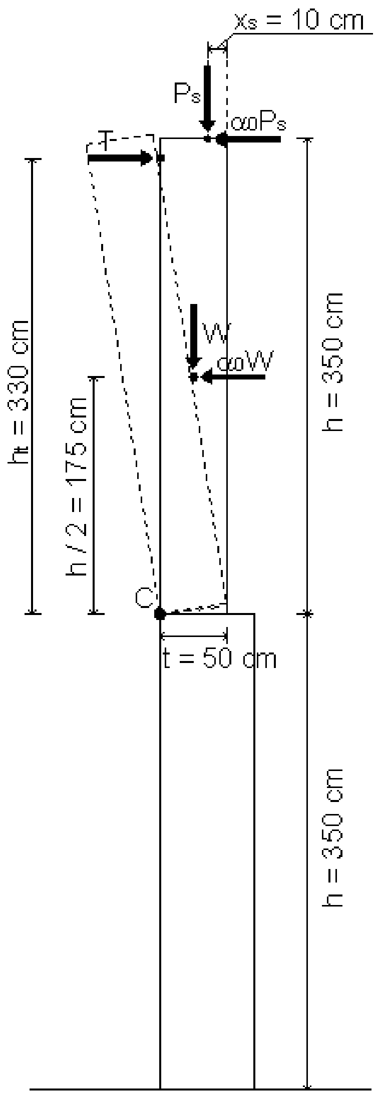

Figura 4

Dai dati sopra riporti, e da quanto prescritto nel punto 3.2.3.2.1 del D.M. 14/01/2008, è possibile ricavare i parametri che definiscono lo spettro elastico, i quali vengono riassunti nella tabella 1.

Parametri sismici							
S_S	S_t	S	C_c	T_B [s]	T_C [s]	T_D [s]	$S_{e,max}$ [cm/s^2]
1.34	1.0	1.34	1.46	0.18	0.53	2.60	796.0

Tabella 1 – *Dati che definiscono lo spettro*

Poiché il periodo T_1 è compreso tra T_B e T_C, il valore dello spettro corrispondente è quello massimo ricavabile dalla precedente tabella (ultima colonna):

$$S_e(T_1) = S_{e,max} = 796.0 \text{ cm/s}^2$$

La quantità $\psi(Z)$ si ottiene dalla posizione geometrica della cerniera cinematica e dall'altezza della struttura analizzata. Poiché la cerniera è ipotizzata a quota del primo solaio si ha:

$$\psi(Z) = \frac{Z}{H} = \frac{350}{700} = 0.5$$

Il coefficiente γ può essere calcolato in maniera approssimata in funzione del numero dei piani attraverso la seguente:

$$\gamma = \frac{3 \cdot N}{2 \cdot N + 1} = \frac{6}{5} = 1.2$$

Dalle (1.a) ed (1.b), sostituendo i valori sopra calcolati, si ottiene:

$$\frac{a_g \cdot S}{q} = \frac{0.25 \cdot 980.6 \cdot 1.34}{2} = 164.25 \text{ cm/s}^2$$

$$\frac{S_e(T_1) \cdot \psi(Z) \cdot \gamma}{q} = \frac{796 \cdot 0.5 \cdot 1.2}{2} = 238.8 \text{ cm/s}^2$$

per cui, per l'esito positivo della verifica deve risultare:

$$a^*_0 \geq \max(164.25; 238.8) = 238.8 \text{ cm/s}^2$$

Da un procedimento inverso della (2) si ottiene il valore minimo che deve assumere il moltiplicatore dei carichi α_0:

$$\alpha_{0,\min} = \frac{238.8 \cdot 0.90 \cdot 1.35}{980.6} = 0.296 \qquad (18)$$

Procedendo in maniera analoga all'esempio precedente, sostituendo nella (16) il valore di $a_{0,min}$ fornito dalla (18), è possibile determinare il valore minimo da attribuire alla forza stabilizzante T affinché l'esito della verifica sia positivo.